|  |  |
| --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | |
| Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования | |
| **«Дальневосточный федеральный университет»** (ДВФУ) | |
| **ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ** | |
| **Департамент математического и компьютерного моделирования** | |
| **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3** | |
| По основной образовательной программе подготовки бакалавров  направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика  профиль «Системное программирование» | |
|  | Студент группы Б9121-01.03.02мкт  Домашев Сергей Антонович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (подпись)  «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г. |
|  | Преподаватель Анатолий Александрович  (должность, ученое звание)  Яковлев\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (подпись) (ФИО)  «\_\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023 г. |
| г. Владивосток  2023 | |

**Постановка задачи**

Дана задача:

Где c− неотрицательный 6-мерный вектор, x− неотрицательный 6-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, A− матрица 6х8, b− неотрицательный 8-мерный вектор

A =

b

c =

Решать будем симплекс-методом. Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 8-мерный вектор переменных z = Ax – b

Тогда к вектору c дописываем 8 нулей и рассматриваем вектор

К матрице A справа дописываем единичную матрицу получаем:

**Прямая задача:**

Составим симплекс-таблицу. Первая строка – расширенный вектор c, где элементы мы запишем со знаком минус, чтобы решать задачу на минимум. Остальные строки – расширенная матрица A, последний столбик – вектор b, а первый элемент последнего столбца - значение целевой функции, равное 0. Видим, что в первой строке (не включая значение целевой функции) есть отрицательные элементы, а значит оптимальное решение еще не найдено. Разрешающая колонка находится путем выборки такого столбца, у которого элемент строки целевой функции отрицательный. Мы будем брать отрицательный элемент, максимальный по модулю. Разрешающей строкой будет строка, содержащая наименьшее положительное отношение свободного числа к элементу разрешающего столбца. Элемент, расположенный на пересечении разрешающих столбца и строки, называется разрешающим элементом

Начальное угловое решение:

Номер итерации = 1

Разрешающий столбец = 4

Разрешающая строка = 8

Разрешающий элемент = 99.0

Преобразовываем строки матрицы, то есть один из базисных столбцов станет не базисным, а разрешающий столбец – базисным:

1. Элементы разрешающей строки делим на разрешающий элемент, так как разрешающий элемент = 1, то строка останется прежней.

2. Преобразования остальных строк: Новая строка = Строка – элемент строки в разрешающем столбце \* элемент разрешающей строки

В первой строке (не включая значение целевой функции) есть отрицательные элементы, а значит оптимальное решение еще не найдено

Номер итерации = 2

Разрешающий столбец = 3

Разрешающая строка = 6

Разрешающий элемент = 74.0

В первой строке (не включая значение целевой функции) НЕТ отрицательных элементов, а значит оптимальное решение найдено

Оптимальное решение:

Целевая функция = 5.644483840174553

**Двойственная задача**

Двойственная задача будет выглядеть так:

Где c− неотрицательный 6-мерный вектор, y− неотрицательный 8-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, AT− матрица 8х6, b− неотрицательный 8-мерный вектор

*b =*

*c =*

Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 6-мерный вектор переменных z = Ax – b

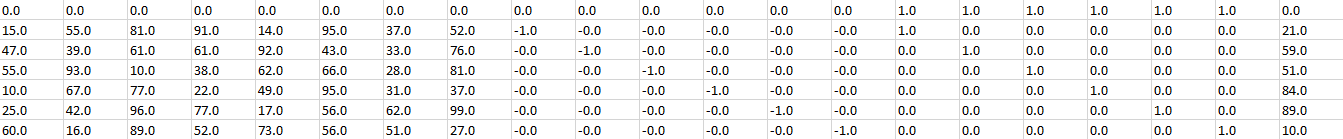
Тогда к вектору c дописываем m нулей и рассматриваем вектор . К матрице справа дописываем единичную матрицу со знаком минус, получаем:

Двойственная задача не имеет начального углового решения, что бы его найти необходимо решить вспомогательную задачу. Введем неотрицательный 8-мерный вектор u, тогда получим равенство Ax+ u = b и будем решать задачу не на наш минимум (начальный), а на сумму компонент вектора u, получим:

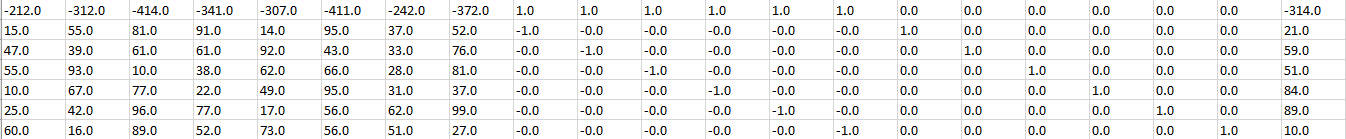
И в качестве начальной точки для этой задачи рассмотрим x = 0, а u = b. Решаем симплекс-методом и если решение u = 0, то тогда мы получим точку x, для которой x = b, x ≥ 0 и оно допустимое.

**Вспомогательная задача**

Составим симплекс-таблицу:



Выделим базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк. К первой строке добавим все остальные строки, умноженные на -1. Получаем:



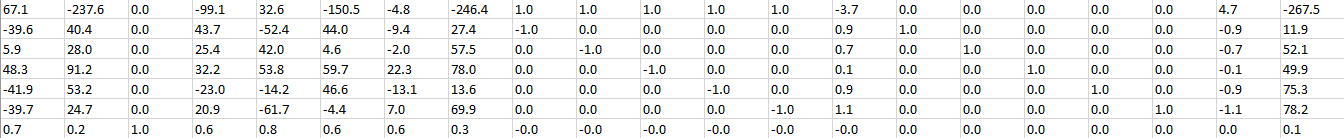
Начальное угловое решение:

Номер итерации = 1

Разрешающий столбец = 2

Разрешающая строка = 6

Разрешающий элемент = 89.0

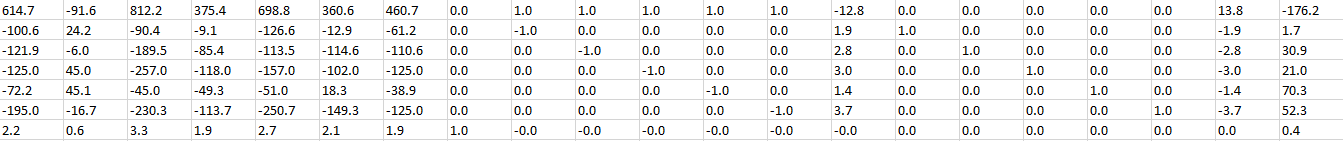


Номер итерации= 2

Разрешающая строка= 6

Разрешающий столбец = 7

Разрешающий элемент = 0.30337078651685395

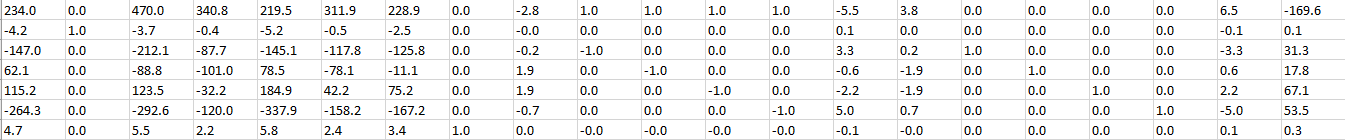


Номер итерации= 3

Разрешающая строка= 1

Разрешающий столбец = 1

Разрешающий элемент = 24.18518518518519

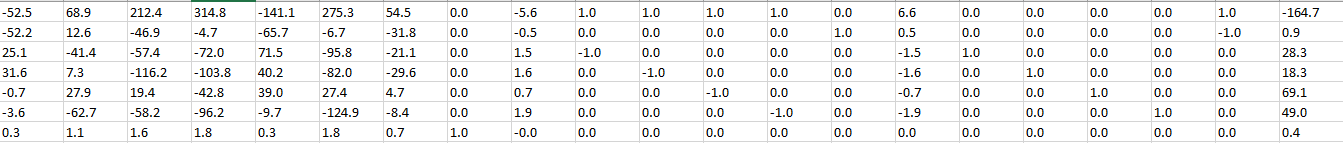


Номер итерации= 4

Разрешающая строка= 1

Разрешающий столбец = 13

Разрешающий элемент = 0.0796324655436447

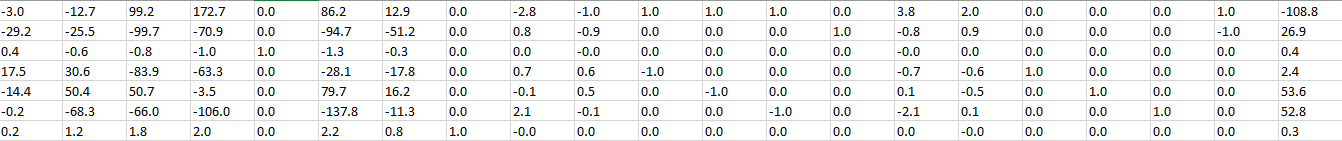


Номер итерации= 5

Разрешающая строка= 2

Разрешающий столбец = 4

Разрешающий элемент = 71.53846153846158

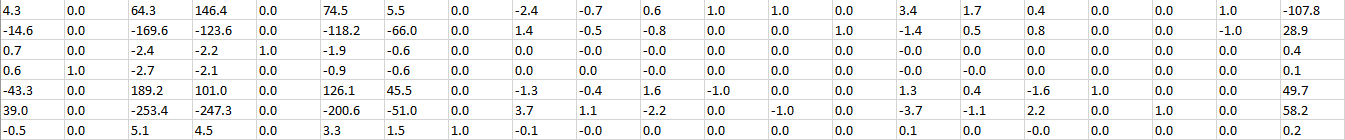


Номер итерации= 6

Разрешающая строка= 3

Разрешающий столбец = 1

Разрешающий элемент = 30.5779569892473

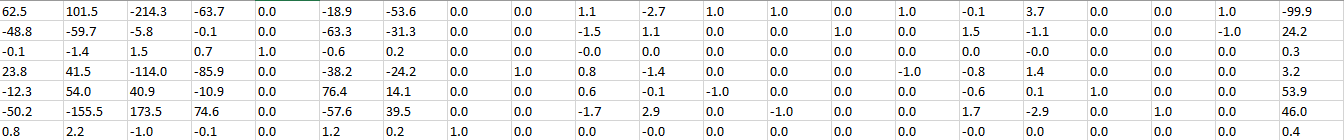


Номер итерации= 7

Разрешающая строка= 3

Разрешающий столбец = 8

Разрешающий элемент = 0.024087912087912104

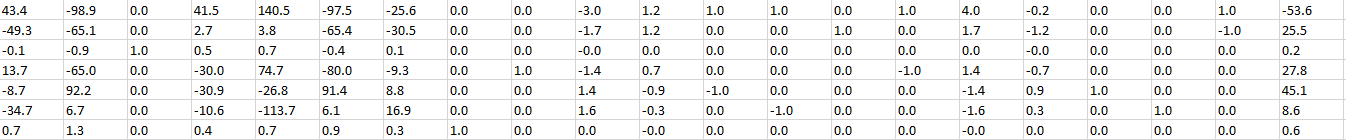


Номер итерации= 8

Разрешающая строка= 2

Разрешающий столбец = 2

Разрешающий элемент = 1.5259124087591243

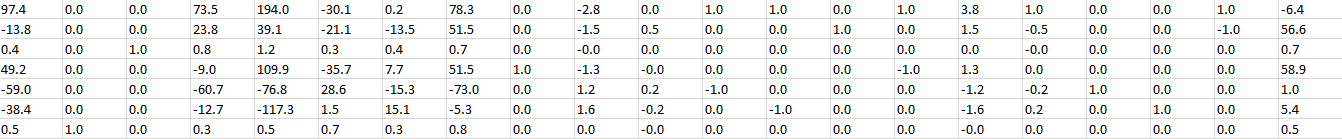


Номер итерации= 9

Разрешающая строка= 6

Разрешающий столбец = 1

Разрешающий элемент = 1.2635733078210953

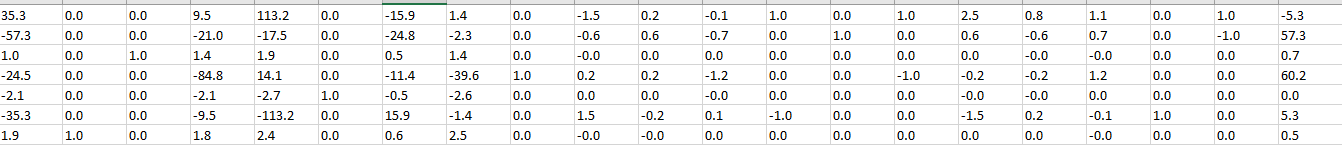


Номер итерации= 10

Разрешающая строка= 4

Разрешающий столбец = 5

Разрешающий элемент = 28.625402233579415

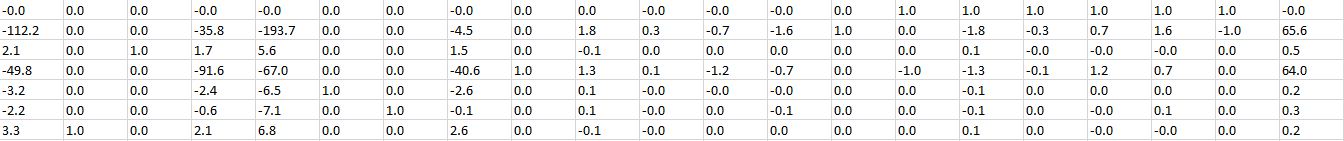


Номер итерации= 11

Разрешающая строка= 5

Разрешающий столбец = 6

Разрешающий элемент = 15.930330362102278

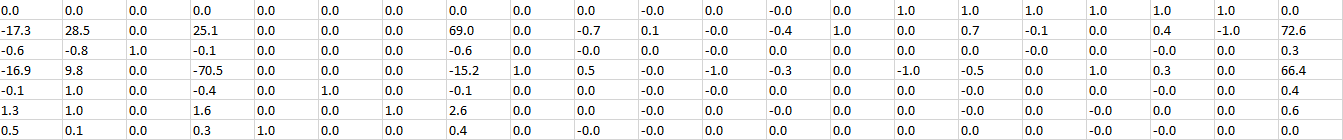


Номер итерации= 12

Разрешающая строка= 6

Разрешающий столбец = 4

Разрешающий элемент = 6.8049604999684306

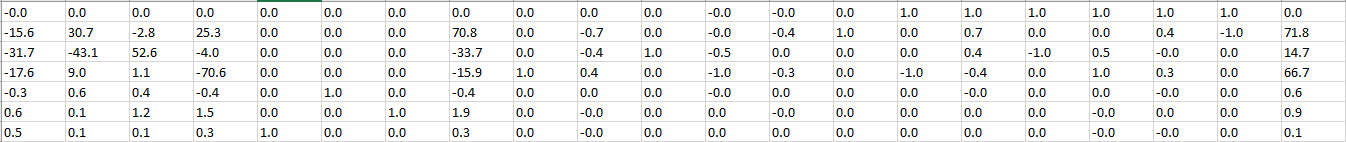


Номер итерации= 13

Разрешающая строка= 2

Разрешающий столбец = 10

Разрешающий элемент = 0.018998028048460906

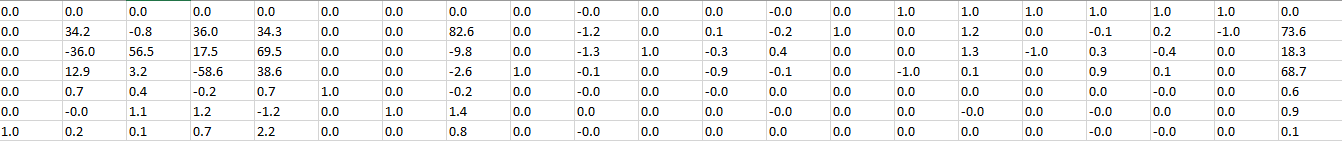


Номер итерации= 14

Разрешающая строка= 6

Разрешающий столбец = 0

Разрешающий элемент = 0.45595468964720115

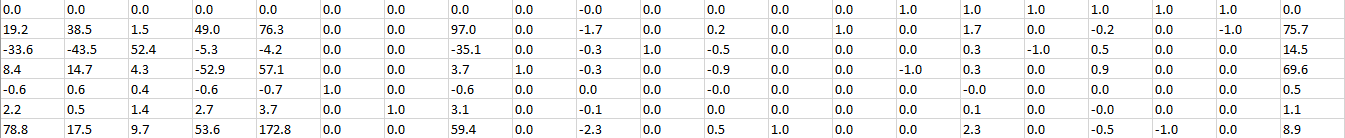


Номер итерации= 15

Разрешающая строка= 6

Разрешающий столбец = 12

Разрешающий элемент = 0.012689425947833913

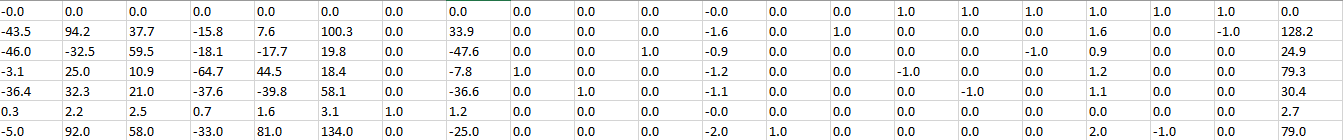


Номер итерации= 16

Разрешающая строка= 4

Разрешающий столбец = 9

Разрешающий элемент = 0.017203107658157614

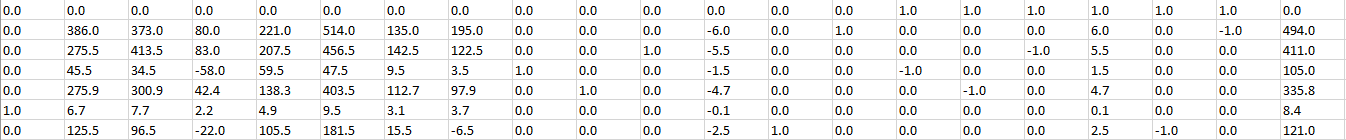


Номер итерации= 17

Разрешающая строка= 5

Разрешающий столбец = 0

Разрешающий элемент = 0.3225806451612887



В первой строке не осталось отрицательных элементов (не считая значение целевой функции) И u = 0, значит найдено оптимальное решение для вспомогательной задачи, но начальное угловое и допустимое решение для исходной двойственной задачи

Оптимальное решение:

**Решение двойственной задачи:**

Составим симплекс-таблицу для двойственной задачи. Из прошлой матрицы убираем столбцы, соответствующие вектору u, первую строку заменяем на расширенный вектор b и значение целевой функции приравниваем к нулю.

Выделяем базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк матрицы. К первой строке добавляем седьмую строку, умноженную на -1.

Начальное угловое решение:

Номер итерации= 1

Разрешающая строка= 6

Разрешающий столбец = 5

Разрешающий элемент = 181.5000000000004

Номер итерации= 2

Разрешающая строка= 5

Разрешающий столбец = 7

Разрешающий элемент = 4.040220385674942

В первой строке не осталось отрицательных элементов, значит найдено оптимальное решение.

Оптимальное решение:

Целевая функция = 5.644483840174548

**Ответ**:

Оптимальное решение:

Целевая функция прямой задачи = 5.644483840174553

Оптимальное решение:

Целевая функция двойственной задачи = 5.644483840174548

Значения целевых функций немного отличаются из-за погрешности вычислений.

Код программ:

